

УДК 539.374:621.78

С. Білик, канд. техн. наук; В. Бунько; І. Семеген

Відокремлений підрозділ Національного університету біоресурсів і природокористування України «Бережанський агротехнічний інститут»

МОДЕЛЮВАННЯ І РОЗРАХУНОК ПРОЦЕСІВ ТЕПЛООБМІНУ В ТЕРМОПЕРЕТВОРЮВАЧАХ (ТП) З ПЛИННИМ ПРОМІЖНИМ СЕРЕДОВИЩЕМ

Резюме. Розглянуто процес теплообміну між термочутливим елементом у термоперетворювачі й проміжним газовим середовищем, яке його омиває. Рівняння моделі записано у безрозмірній формі з використанням критеріїв теорії розмірності й подібності, що дозволяє знайти точні розв'язки деяких класів задач про одномірний неусталений рух стисливої в'язкої рідини або газу, і може бути використано при оцінюванні параметрів системи вимірювання температури рухомих об'єктів.

Ключові слова: теплообмін, термоперетворювач, термочутливий елемент (ТЧЕ), в'язкість, температура.

S. Bilyk, V. Bunko, I. Semegen

MODELING AND CALCULATION OF THE HEAT EXCHANGE PROCESSES IN THERMOTRANSFORMATION WITH FLOWING ENVIRONMENT

The summary. The article deals with the process of heat exchange between thermosensitive element in thermotransformer and intermediate gas medium washing it. The equation of model is given in dimensionless notation using measuring and similarity criteria's allowing to find precise solutions of some problems on monomeasured nonfixed movement of condensed tough liquid or gas and may be used evaluating the parameters of taking the temperature of moving objects.

Key words: Heat exchange, thermotransformer, thermosensitive element, viscosity, temperature.

Постановка проблеми. В інженерній практиці використовують ТП із проміжним газовим середовищем. Адекватний опис передавання тепла в такого виду ТП та інтерпретація отримуваних за їх допомогою показів температури може бути здійснена з використанням загальної моделі передавання тепла в плинних матеріальних континуумах [1]. Пристрої з проміжним газовим агентом найчастіше застосовують для вимірювання температури рухомих об'єктів, які пересуваються з відносно невеликими швидкостями, за умови, що не виникає явища турбулентності. Тому, що при математичному описуванні явищ, які розглядаємо, обмежуємось випадком, коли проміжне газове середовище ламінарно омиває поверхню термочутливого елемента (ТЧЕ). Для оцінювання впливу рухомості проміжного газового середовища та його теплофізичних параметрів на температуру ТЧЕ, розглянемо процес теплообміну між ТЧЕ, який моделюємо пластиною, розміщеною в поздовжньому до вектора швидкості потоку газу напрямі, і газовим середовищем, яке її омиває. Цей випадок охоплює фізичні моделі з різним просторовим розміщенням ТЧЕ, а саме:

- ТЧЕ з одностороннім омиванням прилеглим газовим шаром необмеженого об'єму, який вільно рухається (рис. 1а);
- ТЧЕ з одностороннім омиванням напрямленим потоком газу, що знаходиться в замкненому об'ємі (рис. 1б);

- ТЧЕ з двостороннім омиванням напрямленим потоком газу, що знаходиться в замкненому об'ємі (рис. 1в).

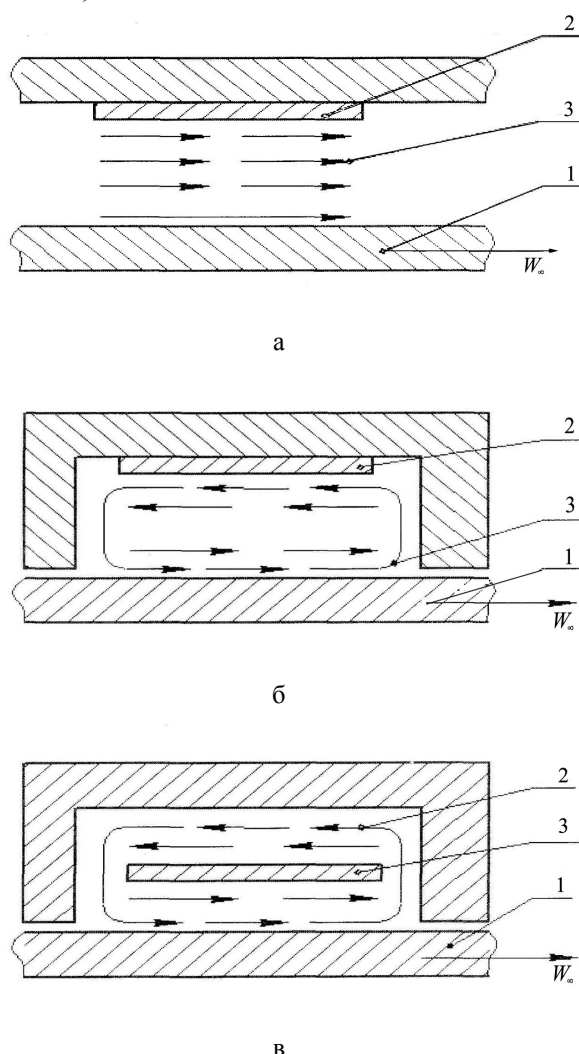


Рисунок 1. Фізичні моделі ТП з різним розміщенням ТЧЕ відносно напрямку газового потоку:
1 – рухомий об'єкт, 2 – ТЧЕ, 3 – газовий потік

Аналіз досліджень і публікацій. Основним способом вимірювання температури рухомих об'єктів є використання датчиків, які нерухомо закріплені відносно поверхонь, що рухаються, і безпосередньо контактують з ними. При застосуванні вказаних засобів існує проблема точності ідентифікованих показів та їх інтерпретація. Її можна вирішити шляхом використання відповідних розрахункових даних і схемних рішень, у тому числі й з вибором способів отримання інформації про температуру приповерхневих шарів рухомого об'єкта, які перебувають у детермінованій залежності з температурою в глибинних шарах конструктивних елементів відповідної машини чи апарата в цілому. Вибір способу отримання інформації визначають багатьма факторами: швидкістю руху, станом поверхні, наявністю супутніх агентів у приповерхневих шарах, присутністю збурюючих факторів – шуму, вібрації тощо. Залежно від пакета вказаних факторів, передавання тепла від діагностованого об'єкта до ТЧЕ можна здійснити за допомогою теплопередавальних елементів, заповнених твердотілою, рідкою або газовою субстанцією. Оскільки більшість дослідних об'єктів не задовольняє умову гладкості поверхні, то в системах температурних вимірювань доцільним є використання нетвердотілих (плинних) проміжних агентів, які забезпечують надійний тепловий контакт між дослідним об'єктом і ТЧЕ. Їх основною перевагою є можливість забезпечення повного теплового контакту.

В роботі [2] наведено фізичні принципи та теоретичні засади побудови більшості відомих термометрів (рідинні, манометричні, термоелектрики). В монографії [3] сформульовано чисельні схеми розрахунку теплового стану термоперетворювачів і описано методику оптимального вирішення їх конструктивних параметрів.

Разом з тим актуальною залишається проблема можливості адекватного математичного опису на основі відповідних фізико-математичних моделей з подальшим використанням розрахункових даних для створення нових і оптимізації існуючих засобів термометрії за наявності проміжних середовищ.

Мета і задачі досліджень. Як об'єкт розрахунку розглянемо ТЧЕ у формі пластини, що омивається потоком рідини чи газу, напрям руху якого паралельний до поверхні пластини. При цьому рівняння моделі запишемо у безрозмірній формі, використавши методи і результати теорії розмірності й подібності [4,5]. Такий підхід дозволяє знайти точні розв'язки деяких класів задач про одномірний неусталений рух стисливої в'язкої рідини або газу, що в багатьох випадках становить значний теоретичний і практичний інтерес. Однак навіть у випадках, коли постановка задачі не має прив'язки до певного технічного пристрою, отримані точні розв'язки відповідних систем рівнянь можуть слугувати тестом перевірки адекватності наближених чисельно-аналітичних схем у процесі інтегрування задач газової динаміки [1,6]. Оскільки процеси теплообміну при взаємодії струменя газу з перешкодами (в розглядуваному випадку пластиною) досить складні й мало вивчені, то будемо розглядати процеси лише в пограничному шарі [6].

Виклад основного матеріалу. Маємо стаціонарний потік газу, який набігає на пластину товщиною δ зі сталими теплофізичними властивостями. Розмістимо початок декартової системи координат xu на одному з торців пластини (лінія, на якій починається гальмування потоку).

Система взаємопов'язаних рівнянь пограничного шару для витікання з від'ємним градієнтом тиску ($\frac{dp}{dx} \neq 0$) слідує як частковий випадок із системи рівнянь газової динаміки [6] і має вигляд

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0; \quad (2)$$

$$w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (3)$$

Аналіз здійснюватимемо за граничних умов виду

$$w_x = 0, \quad w_y = 0, \quad T = T_w \text{ при } y = 0; \quad (4)$$

$$w_x = W_\infty, \quad T = T_\infty. \quad (5)$$

У рівняннях (1)-(3) і умовах (4), (5) позначено: w_x, w_y – компоненти вектора швидкості газового потоку; ρ – густина; a – коефіцієнт пропорційності в основному постулаті кінетичної теорії для ідеальних газів; ν – коефіцієнт в'язкості; T_∞ – температура адіабатично загальмованого газу.

Будемо вважати, що швидкість зовнішнього потенціального потоку відповідно до розрахункової схеми є $W_\infty = \omega R$, де ω – кутова швидкість обертання рухомої ланки об'єкта, температура якого має визначатись.

На основі залежностей [6]

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -W_{\infty} \cdot \frac{d W_{\infty}}{d x}, \quad \frac{d W_{\infty}}{d x} = 0,$$

рівняння (1) пограничного шару перепишемо у вигляді

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}. \quad (6)$$

Оскільки задача про ламінарний пограничний шар на пластині, яка поздовжньо обтікається однорідним потоком газу, є автомодельною, то можна використати методику приведення системи диференціальних рівнянь (1), (2), (6) до одного звичайного диференціального рівняння шляхом введення нової змінної

$$\eta = y \sqrt{\frac{\beta}{2\nu}} x^{-1/2} \quad (7)$$

і функції витікання $\psi(x, y)$

$$w_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad w_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (8)$$

У результаті маємо представлення для функції $\psi(x, y)$

$$\psi(x, y) = \sqrt{2\nu\beta} x^{1/2} f(\eta). \quad (9)$$

Згідно з (7), (8) та враховуючи (9), отримуємо

$$w_x = W_{\infty} f'(\eta), \quad w_y = -[f'(\eta) - \eta f''(\eta)] \sqrt{\frac{\nu\beta}{2}} x^{1/2} f(\eta). \quad (10)$$

У співвідношеннях (10) функція $f(\eta)$ – це розв'язок звичайного диференціального рівняння виду

$$f'''(\eta) + \frac{1}{2} f f''(\eta) = 0 \quad (11)$$

з граничними умовами

$$f(0) = 0, \quad f'(0) = 0, \quad f'(\infty) = \infty. \quad (12)$$

Розв'язок отриманого диференціального рівняння (11) можна отримати чисельно на основі відповідних чисельних методик [7]. Згідно з даними роботи [6], маємо $f'' = 0,332$.

Наступний етап – розв'язування енергетичного рівняння (3). Шляхом введення нової змінної Θ – безрозмірної температури,

$$\Theta = \frac{T_w - T}{T_{\infty} - T_w}, \quad (13)$$

отримуємо рівняння теплопровідності у вигляді

$$w_x \frac{\partial \Theta}{\partial x} + w_y \frac{\partial \Theta}{\partial y} = a \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} \quad (14)$$

за граничних умов

$$\Theta = 0 \text{ при } y = 0; \quad \Theta = 1 \text{ при } x = 1 \text{ та } y \rightarrow \delta. \quad (15)$$

Використовуючи заміну (7) і залежності (10), рівняння в частинних похідних (14) переводимо в рівняння виду

$$\Theta'' + \frac{1}{2} \text{Pr } f \Theta' = 0 \quad (16)$$

за граничних умов

$$\Theta = 0; \quad \Theta_{\infty} = 1,$$

де $\vartheta = \vartheta(\eta)$ – шукана функція; $f(\eta)$ – відома функція, яку знаходимо інтегруванням рівняння (11), $Pr = Pe / Re$, Pe – критерій Пекле, $Re_x = \frac{w_0 x}{\nu}$ – число Рейнольдса, w_0 – швидкість набігаючого потоку газу, x – масштабне значення характерної довжини вздовж поверхні об'єкта, який обтікається, тобто пластини, в напрямку руху омиваючого газового потоку. Розв'язок рівняння (16) можна записати у вигляді квадратури

$$\vartheta = \int_0^\eta e^{-\frac{1}{2} Pr \int f(\eta_0) d\eta_0} d\eta,$$

на основі якого здійснюємо аналіз впливу теплофізичних параметрів газового агента і його кінематичних характеристик на максимальне температурне збурення в околі ТЧЕ. Але, в загальному випадку, інтегрування рівняння теплопровідності потребує застосування відповідних числових методів. У таблиці 1 наведено деякі розрахункові значення залежності $Nu_x Re_x = f(Pr)$ омивання пластини паралельним до її поверхні потоком газу.

Таблиця 1. Результати автомоделного розв'язку рівняння (16)

Pr	0,7	0,8	1,0	5	10
ϑ	0,292	0,307	0,332	0,585	0,730

Застосуємо деякі основоположні залежності та співвідношення теорії розмірності й подібності для оцінювання характеру та особливостей перебігу тепломасообмінних процесів у проміжному середовищі в околі ТП. Зокрема, визначимо, як поводить себе плинний агент в околі ТП – обтікає його ламінарно, турбулентно чи частково за обома режимами. Беремо до уваги той факт, що основна конструктивна особливість пристроїв, які розглядаємо, полягає в тому, що діапазон вимірювань температури сягає $0 \div 1000^\circ\text{C}$; швидкість руху об'єктів не перевищує значення 10 м/с .

За даними роботи [8,9] характерним значенням числа Рейнольдса, при якому відбувається обтікання плоскої пластини паралельним до неї потоком газу, є $5 \cdot 10^5 \text{ м}^2/\text{с}$. Беремо до уваги, що розмір комірки, в якій перебуває плинний агент, не перевищує $l \sim x \cdot 10^{-3} \text{ м}$. При оцінювальних розрахунках використаємо експериментальні дані про залежність кінетичної в'язкості від температури [5]. У межах $20 \div 1000^\circ\text{C}$ кінематична в'язкість сухого повітря спадає в діапазоні від $177 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ до $15 \cdot 10^{-6}$. Таким чином, величина числа Рейнольдса для досліджуваних конструкцій ТП змінюється в межах $\frac{10 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-6}} \div \frac{10 \cdot 10^{-3}}{177 \cdot 10^{-6}}$, тобто від $0,6 \cdot 10^2$ до $0,6 \cdot 10^3 \text{ м}^2/\text{с}$, що значно менше за вказане критичне значення $Re_k = 5 \cdot 10^5 \text{ м}^2/\text{с}$.

Стосовно рідинного плинного агента (наприклад, води), то кінематична в'язкість у діапазоні температур $20 \div 100^\circ\text{C}$ змінюється від $1 \cdot 10^{-6}$ до $0,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, що також дає значення числа Рейнольдса, значно менше за Re_k .

При використанні масляної субстанції (діапазон зміни температури від 20°C до 150°C), кінематична в'язкість змінюється в межах $7 \cdot 10^{-6}$ до $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, унаслідок чого дане проміжне середовище також здійснюватиме ламінарне обтікання ТП при вказаних реальних режимах відтворення температури.

Проведений аналіз свідчить, що розроблення систем ідентифікації температури в ТП із проміжним плинним агентом має обов'язково супроводжуватися врахуванням його кінетичної в'язкості останнього.

Ще одним важливим фактором, який обов'язково враховується в процесі

розроблення і проектування пристроїв вимірювання температури рухомих об'єктів, є коефіцієнт теплообміну α , який, як відомо [8], залежить від швидкості руху плинного середовища. Теорія розмірності й подібності дає прості співвідношення для ідентифікації цієї величини як у кожній точці поверхні об'єкта, так і деякого середньо-інтегрального значення. Зокрема, використовуючи розв'язок рівняння (16), знаходимо, що в кожній точці поверхні пластини $Nu_x Re_x = f(Pr)$. Враховуючи, що $Nu_x = \frac{\alpha x}{\lambda}$, λ – коефіцієнт теплопровідності рідини, газу чи масляної субстанції, визначаємо координатне (поточкове) значення коефіцієнта теплообміну.

При ламінарному обтіканні пластини середнє значення коефіцієнта теплообміну $\bar{\alpha}$ становить [8]

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{Nu} \lambda}{l}, \quad \overline{Nu} = 0,57 \cdot Re^{0,5} \Big|_{x=l}, \quad (17)$$

де \overline{Nu} – середнє значення числа Нуссельта вздовж поверхні пластини; $Re|_{x=l}$ – максимальне значення числа Рейнольдса на поверхні пластини. На основі залежності (17) неважко обчислити типове значення коефіцієнта теплообміну й визначити величину повного теплового потоку $Q = \alpha h l (t_c - t_p)$, де h – характерний розмір ТП у напрямку, перпендикулярному до швидкості його руху, t_c – температура оточуючого середовища, t_p – температура поверхні пластини. Інформація про цю величину важлива при виборі інструментальної частини пристрою вимірювання температури, оскільки саме вона гарантує надійність і точність показів розрахункових потоків теплової енергії.

При дослідженні перехідних процесів в околі ТП на його поверхні, параметр α , який визначає умови теплообміну, може сягати величини 10^2 Вт/(м·К) при охолодженні повітрям. Коли примусове охолодження здійснюється маслами, то ця величина сягає 10^3 Вт/(м·К), і при охолодженні водою – 10^4 Вт/(м·К). Це типові порядки цієї величини. Точніше визначення вимагає врахування багатьох геометричних і фізичних факторів та умов нагріву. Теплопровідність має порядок 0,1 чи більше для неметалевих середовищ. Тому значення критерію Біо мають складати $0,001 \alpha$ (або менше). Для встановлених вище реальних порядків коефіцієнта конвективного теплообміну α значення числа Біо для охолоджуваних конструктивних елементів ТП має складати: 0,1 – для повітряного охолодження, 1,0 – для охолодження маслами і 10 – для водяного охолодження. В роботі [8] вказано, що добре узгоджені результати з урахуванням конвективного охолодження отримують при $Bi \leq 1$, тому ними можна користуватися при дослідженні процесів, коли охолодження контактуючих поверхонь здійснюється повітрям або маслами і їх не можна застосовувати для примусового водяного охолодження.

Також важливою технічною характеристикою рухомих проміжних середовищ є час поширення термічних збурень τ . Значення цієї величини також можна розраховувати на основі постулатів теорії подібності. Встановлено, що при обтіканні плоскої стінки термічне збурення від неї до деякої точки, віддаленої від поверхні стінки на відстань Δ , відбудеться за час τ , який визначаємо залежністю [9]

$$\tau = \frac{\Delta^2}{9\nu}.$$

Беручи до уваги характерні масштабні розміри комірки вимірювального пристрою ($\Delta \sim 10^{-2}$ м) і наведені вище значення кінематичної в'язкості, доходимо висновку, що у рухомих пристроях вимірювання температури, які розглядаємо, час поширення термічного збурення не перевищує 10^{-2} с. Цю обставину слід враховувати при виборі вимірювального пристрою: їх застосування недоцільне у випадках, коли характерний

час змін детермінуючої характеристики (в даному випадку температури) є меншим за час поширення термічного збурення.

Завершуючи, зазначимо, що у випадку високих швидкостей руху об'єктів, температуру яких слід ідентифікувати, можуть виникати ефекти турбулентності. Апріорну інформацію про їх присутність можна мати, виходячи з наявних емпіричних даних про рух об'єкта. За наявності явищ турбулентності, температурні покази термометра, який ідентифікує температуру поверхні пластини T_w при відсутності тепловіддачі, розраховуємо згідно з залежністю $T_t = T_\infty \left(1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2 \right)$, де $k = c_p / c_v$ (для повітряної суміші зокрема $k = 1,4$), M_∞ – число Маха в незбуреному потоці газу. В цьому випадку пластина може відігравати роль вимірювача температури газового потоку – пластинчастого термометра.

Коефіцієнт тертя газу можна обчислити за формулою $c_f / 2 = f''(0) / \text{Re}_x^{0,5}$ або згідно з даними чисельного розв'язання рівняння (1) $c_f / 2 = 0,332 / \text{Re}_x^{0,5}$. Тоді, беручи до уваги звичне позначення індексом «0» величини, прийнятої за $M_\infty = 0$, отримаємо [1]

$$\frac{c_f}{c_{f0}} = \left(\frac{2}{2 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2} \right)^{5/7}. \quad (18)$$

Якщо використати за характерну середню температуру T_m температуру T_w поверхні пластини, то зображення кривої, яка виражена залежністю (18), за даними роботи [1] підтверджує припущення про те, що значення кінематичної в'язкості змінюється в межах $7 \cdot 10^{-6}$ до $1,5 \cdot 10^{-6}$ м²/с, унаслідок чого дане проміжне середовище також здійснюватиме ламінарне обтікання ТП при вказаних реальних режимах відтворення температури.

Висновки. Пристрої вимірювання температури з проміжним плинним середовищем знаходять широке використання у системах ідентифікації температури рухомих об'єктів за умови забезпечення ламінарності обтікання термочутливих елементів конструкцій чи апаратів. Характеристика теплових процесів у контрольно-вимірювальних системах температури рухомих об'єктів, чисельне апріорне оцінювання їх технічних показників здійснено на основі системи взаємопов'язаних рівнянь газової динаміки.

Проведені дослідження показали, що:

- Системи не можуть бути використані при вимірюваннях температури об'єктів, де відбуваються процеси, характерні зміни яких у часі можна порівняти з часом поширення термічних збурень, які корелюються геометричними параметрами ТЧЕ і в'язкістю плинного середовища.
- Розроблення систем ідентифікації температури в ТП із проміжним плинним агентом має обов'язково супроводжуватися з урахуванням кінематичної в'язкості останнього.
- Присутність плинних агентів у конструкції ТП вносить особливість у процедуру зняття температурних показів, яка полягає в тому, що ТЧЕ детермінує значення температури не безпосередньо з досліджуваного об'єкта, а з омиваючого плинного середовища, яке контактує з досліджуваним об'єктом. Цілком очевидно, що властивості плинного агента, його термомеханічну поведінку при вимірюваннях слід враховувати вже на стадії прийняття проектних рішень.

На основі розробленої методики запропоновано метод вимірювання температури

поверхні рухомого об'єкта, суть якого полягає у моніторингу теплового стану газового середовища, яке знаходиться в замкненому обмеженому об'ємі.

Література

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г.Лойцянский. – М.: Наука, 1973. – 848 с.
2. Луцик Я.Т. Вимірювання температури: Теорія і практика / Я.Т. Луцик, О.П. Гук, О.І. Лах, Б.І.Стадник. – Львів: Бескид Біт, 2006. – 560 с.
3. Стадник Б.І. Автоматизоване проектування контактних термоперетворювачів / Б.І.Стадник, М.М. Семерак, І.П. Дмитраш. – Київ: Наукова думка, 1991. – 152 с.
4. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике / Л.И.Седов. – М.: Наука, 1977. – 438 с.
5. Михеев М.А. Основы теплопередачи / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М.: Энергия, 1977. – 343 с.
6. Юдаев Б.Н. Техническая термодинамика. Теплопередача / Б.Н.Юдаев. – М.: Высшая школа, 1988. – 479 с.
7. Каленюк П.І. Вступ до числових методів: навч. посібник / П.І. Каленюк, В.А. Бакалець, І.І. Бакалець, Н.В. Горбачова, П.Л. Сохань. – Львів: видавництво Державного університету «Львівська політехніка», 2000. – 146 с.
8. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена / С.С.Кутателадзе. – М.: Атомиздат, 1979. – 228 с.
9. Вуканович М.П. Термодинамика / М.П. Вуканович, И.И. Новиков. – М.: Машиностроение, 1972. – 670 с.

Отримано 2.11.2010